

Notas acerca de las bases conceptuales de la Teoría de las Poblaciones Estables

Fortino Vela Peón

Una de las piedras angulares de la demografía matemática la constituye la denominada teoría de las poblaciones estables, que en su sentido clásico exhibe la propiedad de ergodicidad fuerte. Con el paso del tiempo y con el desarrollo de diferentes investigaciones en el área, se pensó en la posibilidad de permitir ciertas modificaciones, perturbaciones y extensiones de las condiciones originalmente formuladas, que no obstante preservaran las ideas fundamentales de la teoría de las poblaciones estables (aunque si bien no en su sentido tradicional). Esto dio origen a los llamados modelos de poblaciones cuasi-estables.

La intención del presente trabajo es el de exponer, de manera resumida y puntual las bases conceptuales de la teoría de las poblaciones estables. Para lograr lo anterior se ha dado preponderancia a la intuición y a la lógica más que al rigor matemático que merece. Este enfoque resulta mucho más accesible para aquellas personas cuya formación profesional no necesariamente tiene un fuerte sustento de la teoría matemática y estadística, y que no obstante lo anterior tienen un enorme interés por los temas vinculados con la demografía formal.

Lo anterior sin duda será útil, como un primer acercamiento, para comprender un tema fundamental y trascendente en la demografía moderna. El orden de presentación es el siguiente: en primer lugar se resumen, en forma conceptual, parte de los fundamentos de la teoría de las poblaciones estables. Posteriormente se estipula, sin mucho rigor, lo que debe entenderse por ergodicidad fuerte y débil, a partir de la definición de la propiedad ergodítica utilizada en la demografía. A continuación se establecen, en forma muy puntual, las diferencias entre la teoría de las poblaciones estables y lo que serían las modificaciones de esta que dan origen

a los modelos cuasi-estables. Por último, se proponen dos de las múltiples aplicaciones que tiene dicho marco analítico en el estudio de poblaciones reales.

Formulación clásica de la teoría de las poblaciones estables

Una de las mayores desventajas que presenta la demografía formal en el estudio de las poblaciones humanas lo constituye el flujo de entradas y salidas de individuos en una población bajo estudio. A este flujo se le denomina, en términos demográficos, como migración. La migración provoca un trastocamiento en la estructura de la población y causa que el análisis matemático se torne difícil o en ocasiones imposible. Para evitar esta dificultad, en principio se supone que la población a que se este haciendo referencia se encuentre libre de migración. En este caso la población se dice que corresponde a una población cerrada. Esto se convierte en el primer supuesto bajo el cual opera la teoría de las poblaciones estables.

Por otra parte, la teoría de las poblaciones estables se confina al estudio de un solo sexo, el cual en la demografía puede ser el masculino o bien el femenino, considerándose preponderantemente este último debido a que solo una fracción considerablemente limitada de esta población esta en posibilidades de procrear hijos. Específicamente, se supone que las mujeres son capaces de reproducirse entre las edades de 15 a 49 años. Así los símbolos a y b representan la edad mínima y máxima, respectivamente, en las cuales esas mujeres pueden llevar a cabo su proceso reproductivo.

En las formulaciones realizadas por Lotka acerca de las relaciones que incluyen la fecundidad se define a $m(a)$ "como la fecundidad efectiva del sexo femenino a la edad a , definida como el número de hijas nacidas vivas por año".¹ Este término, el cual puede ser entendido como la tasa bruta de reproducción, o bien,

Egresado de la maestría en demografía en El Colegio de México y asistente de investigación en el Centro de Estudios Demográficos y Desarrollo Urbano.

como se hace frecuentemente en gran parte de la literatura, como una función de maternidad, tiene la característica de no ser negativa en todas las edades reproductivas. Fuera de las edades ubicadas en el intervalo (a, b) la función de maternidad es irrelevante. En adición a lo anterior, es posible que la función maternidad dependa tanto del tiempo como de la edad.

Para la teoría de las poblaciones estables esta función es independiente del tiempo. De igual forma se considera que la probabilidad de sobrevivencia al nacimiento a la edad a es independiente del tiempo ($p(a)$). Por último, la teoría de las poblaciones estables supone que existe una edad final de vida, w , tal que su probabilidad de sobrevivencia es igual a cero.

Lo anterior puede resumirse a lo siguiente; la teoría de las poblaciones estables, en su sentido clásico, encuentra su fundamento en las siguientes condiciones:

- 1.- La población esta cerrada a la migración.
- 2.- Las tasas específicas de natalidad y mortalidad son invariantes a través del tiempo.
- 3.- Los modelos estipulados son en su mayoría planteados para un solo sexo (mujeres).
- 4.- El período reproductivo ocurre sobre un intervalo de edad finito (a, b).
- 5.- Se establece la existencia de una edad última, finita de vida, w .

De esta forma, se plantea que un modelo que obedezca estas condiciones mostrara un comportamiento asintótico, el cual ESTABILIZARA a la población, FIJANDO su distribución por edad de la misma y teniendo un patrón de crecimiento poblacional.

En cuanto a la clasificación de los modelos de la teoría de las poblaciones estables, estos pueden caer dentro de dos categorías: modelos DETERMINISTICOS y modelos ESTOCASTICOS. Adicionalmente cada uno de estos modelos pueden ramificarse por su desarrollo en TIEMPO DISCRETO o bien bajo una concepción de TIEMPO CONTINUO.

Dentro de los modelos determinísticos, en tiempo discreto, se pueden identificar dos tipos: los modelos RECURRENTES y los modelos MATRICIALES. Por su parte, los modelos determinísticos en tiempo continuo usualmente se basan sobre un enfoque de CALCULO DIFERENCIAL-INTEGRAL, debido en gran parte a su desarrollo original por parte de Lotka. No obstante han existido intentos por desarrollar este tipo de modelos bajo otro tipo de enfoques.²

Teorema de ergodicidad fuerte y débil

El concepto de ESTABILIDAD, en el sentido que se maneja en la demografía matemática implica, a grosso modo, que la razón de mujeres en una particular edad o en una categoría de edad, comparada al número total de mujeres, es asintóticamente una constante, independiente del tiempo. La pregunta que se plantea es: ¿qué relación existe entre este resultado y el concepto de ERGODICIDAD?

La primera parte de la respuesta a esta interrogante la proporciona el cálculo de la tasa de crecimiento, para una población dada,

que conduce a la estabilidad. Una vez que se encuentra esta tasa de crecimiento es posible saber cual será el efecto que tiene sobre la estructura por edades de la población, es decir, verificar la propiedad ERGODOTICA en la demografía matemática. Con objeto de poder dar una respuesta más concreta se presenta, brevemente, y siguiendo lo arriba señalado, algunas definiciones más precisas al respecto.

Cuando se intenta realizar una proyección de población se cuenta con una matriz denominada MATRIZ DE PROYECCIÓN y la cual puede definirse como²:

$$Z = \begin{bmatrix} B_0 M_1 & B_0 M_2 & B_0 M_3 & \dots & B_0 M_{n-1} & B_0 M_n \\ B_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & B_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

donde:

B_k = número de hijas nacidas en el intervalo t a $t+1$ por mujeres vivas en el grupo de edad x a $x+1$ en el tiempo t .

M_k = probabilidad que una mujer de edad x a $x+1$ en el tiempo t este viva en el grupo de edad $x+1$ a $x+2$ en el tiempo $t+1$.

$k = 0, 1, 2, \dots, n$



El conjunto de tasas específicas de fecundidad y de mortalidad usadas en la construcción de esta matriz pueden corresponder a un período pasado o bien ser una extrapolación. Aquí se plantea la condición impuesta dentro del modelo de población estable, es decir, suponer que ambas tasas son constantes. Lo anterior implica que "más que predecir el futuro se trata de comprender el pasado".³

A su vez se tiene un vector denominado VECTOR DE DISTRIBUCION POR EDADES DE LA POBLACION INICIAL, el cual se define como:

$$F_t = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \vdots \\ F_n(t) \end{bmatrix}$$

Un enfoque para la solución de la proyección consiste en analizar la matriz de coeficientes, Z , en función de sus raíces características.⁴ Planteado de esta forma, la solución de esta proyección de población, que supone debe alcanzar la estabilidad, esta dada por la denominada ECUACION CARACTERISTICA de la matriz Z , la cual viene dada por:

$$(Z-I) F_t = 0$$

desde que $F_t = 0$, entonces

$$\det(Z - I) = 0 \dots (\text{ecuación característica})$$

donde:

I = raíz característica o latente de Z

Esta ecuación origina un polinomio con respecto a la incógnita I , el cual puede ser resuelto con respecto a esta misma, es decir, I , y así obtener los vectores característicos. De esta forma el polinomio resultante será:

$$I^n - F_1 I^{n-1} - F_2 I^{n-2} - \dots - F_n = 0$$

donde:

f representa la función de maternidad neta y
 f_i son no negativos

Del álgebra matricial se conoce que hay una única raíz positiva, I' , la cual domina la magnitud de todas las demás raíces, es decir a las n raíces de la expresión anterior. Así la ecuación característica que se señala puede tener, en teoría, distintas raíces características o eigenvalores, que son de multiplicidad algebraica mayores a 1.

Ahora bien la matriz que se considera, Z , es una matriz no negativa, es decir todos sus elementos son positivos, e irreducible.

Algunas de las características de las matrices no negativas irreducibles de interés para la demografía son: "primero, una matriz irreducible tiene siempre una raíz característica I_1 real positiva; los valores absolutos de las demás raíces son menores o iguales a I_1 , lo que equivale a decir que las demás raíces son, o bien complejas, o menores que I_1 . Segundo que I_1 le corresponde un vector característico cuyos elementos son no negativos..."⁵

La matriz Z que se usa en demografía cae dentro de una subclase restringida de matrices no negativas e irreducibles, las denominadas como primitivas, es decir, que no tiene ninguna otra matriz cuyo valor absoluto sea igual al de la única raíz positiva I_1 . Por lo tanto la matriz Z al cumplir estas características, no negativa, irreducible y primitiva, permite encontrar la propiedad de la existencia de una raíz real dominante a la que se le ha denominado aquí como I_1 .

De esta forma, es posible determinar una raíz única dominante, I_1 , a la cual se le denomina el PRINCIPAL EIGENVALOR ESTABLE. Su importancia radica en que representa un componente importante al llevar a cabo la proyección, considerando un vector F de distribución inicial. Esto es, sin importar la distribución por edades inicial, una población bajo las premisas de la teoría de las poblaciones estables, convergerá a un escalar denominado el principal eigenvalor, o lo que es lo mismo, la distribución por edades de una población premultiplicada por la matriz de proyección se acercará más y más a una raíz característica dominante, I_1 , sin depender de la distribución por edades inicial. Este último resultado es el verdadero significado de estabilidad para una población, que con cualquier distribución por edad convergerá a una distribución estable por edad, es decir la PROPIEDAD ERGODOTICA que frecuentemente se encuentra en la literatura de demografía matemática. En una forma rápida y sencilla, la propiedad ergodotica se señala como la tendencia de una población a "olvidar" su distribución por edades inicial.

La formulación de la propiedad ergodotica de las poblaciones estables en tiempo continuo se omite, dado que la intención aquí es entender la lógica y el significado de esta propiedad más que el desarrollo matemático.⁶

Una vez enunciada la propiedad ergodotica utilizada en la demografía, resulta mucho más sencillo expresar la diferencia entre la ERGODICIDAD FUERTE Y DEBIL. Sin pretender mostrar todo el desarrollo matemático que esto implica, sino mas bien identificar la diferencia conceptual existente entre estos dos conceptos. Se puede resumir, que los demógrafos hacen referencia a la ergodicidad fuerte, cuando bajo las condiciones de la teoría de las poblaciones estables, la población tiende a "olvidar" su pasado histórico y acercarse a una distribución por edades fija, es decir, el procedimiento arriba seguido constituye lo denominado ergodicidad fuerte.

Por otro lado, cuando los demógrafos permiten el relajamiento de algunos de los supuestos sobre la fecundidad y la mortalidad de la teoría de las poblaciones estables, están haciendo referencia a la ERGODICIDAD DEBIL. En forma mas precisa, fue el demógrafo estadounidense Ansley Jonas Coale⁷ quien estableció el concepto de ergodicidad débil. Coale creía que a pesar de que las tasas de fecundidad y mortalidad estuvieran en función del tiempo, una población tendería a "olvidar" su pasado, esto es, su

estructura por edades inicial. Alvaro López⁸ probó que dos poblaciones cerradas a la migración, que experimentaran las mismas tasas específicas de fecundidad y mortalidad, y que no necesariamente fueran estas independientes del tiempo, con el paso de los años, adoptarían distribuciones por edad que serían proporcionales la una a la otra. Esto es, la distribución de la población cerrada tendería a "olvidar" su forma pasada, y sería determinada exclusivamente por su desarrollo histórico de sus fenómenos de fecundidad y la mortalidad.

Características de las poblaciones cuasi-estables

Con la evolución del tiempo y del pensamiento en el área de la demografía matemática, en gran parte por intentar aplicar el marco de la teoría de las poblaciones estables a la realidad demográfica que se presentaba en el mundo real (léase la transición demográfica), se pensó en relajar algunas de las condiciones originales de la teoría de las poblaciones estables.

Esta permisión tendió a incluir ciertas modificaciones, perturbaciones y extensiones en las condiciones de los modelos de poblaciones estables, que no obstante su realización, conservarían gran parte de los resultados obtenidos bajo la teoría de las poblaciones estables, fue así como se dió origen a los llamados modelos de poblaciones CUASI-ESTABLES.

Una de tales variaciones fue el considerar el caso en el cual la población experimentara ligeros cambios en las tasas específicas de mortalidad en el tiempo mientras que las tasas específicas de natalidad se mantuvieran constantes en el tiempo.⁹

Dos aplicaciones de la teoría de las poblaciones estables

Son muchas las aplicaciones de la teoría de las poblaciones estables. El marco conceptual sobre el cual se ha construido ha sido tan rico que ha encontrado su empleo en diferentes tipos de población que no precisamente sean la humana, tal es el caso de su aplicación en el campo de la biología. Por citar un ejemplo, en un estudio sobre la producción, almacenamiento y selección de peces en un acuario, se trató de demostrar la manera en la cual la estructura de edad de los peces afecta la estabilidad del modelo.¹⁰ En el campo de la genética, en años recientes, a aumentado el interés por modelar tales estructuras,¹¹ así como en el campo de la epidemiología.

En lo que aquí respecta se realizan dos aplicaciones estrictamente sobre el campo de la demografía. La primera esta relacionada con la estimación de la tasa de natalidad, la tasa de mortalidad y la tasa intrínseca de crecimiento, usando como datos la distribución por edades de una población y una tabla de vida de "mas o menos buena calidad". Esto se hace para el caso de México en 1980. En el segundo ejercicio sólo se hace alusión al planteamiento sobre cual sería la respuesta de un cambio demográfico sobre un sistema de pensiones establecido.¹²

I) Estimación de la tasa de crecimiento natural, tasa de natalidad y mortalidad de la población mexicana en 1980.

Una población libre del fenómeno migratorio, es decir una población cerrada, se describe por el comportamiento de sus tasas de natalidad (b), mortalidad (d) y crecimiento natural (r), tomadas sin consideración de sus edades, junto con las tasas específicas de fecundidad, b (a), y mortalidad, m (a) y su distribución de la población por edades, c (a). Bajo condiciones de estabilidad, es posible con base al conocimiento de dos de las anteriores variables mencionadas, calcular las cuatro restantes.

Así se estipulan un conjunto de pares de variables que cumplen lo estipulado arriba, que son:

- | | |
|-----------------|-------------|
| 1) p (a), m (a) | 2) p (a), r |
| 3) p (a), b | 4) p (a), d |

Una vez que desaparecen los efectos de la distribución por edades inicial, se añaden 3 mas:

- | | |
|-----------------|-------------|
| 5) c (a), p (a) | 6) c (a), r |
| 6) c (a), d. | |

La aplicación que aquí se presenta considera el caso de las variables c (a) y p (a), es decir, conociendo los valores de estas variables es posible determinar b, d, y r.

Así "bajo el régimen de una tabla de vida p (a) constante", (como se realiza al calcular una tabla de vida), "y una distribución por edad c (a) constante, el total de una población, así como el número de sus nacimientos aumenta (o decrece) según la ley de Malthus, y las tasas de mortalidad y de crecimiento son constantes"¹³ lo que puede expresarse de la siguiente forma:

$$b = c(0) = \text{constante}$$

$$f = be^{-rt}$$

$$r = b - d = \text{constante}$$

cuyo desarrollo conduce a la expresión:

$$c(a) = be^{-ra} p(a) \dots (L)$$

dividiendo (L) por p (a) y linealizando tenemos:

$$\ln \frac{c(a)}{p(a)} = \ln b - ra$$

Este resultado es importante dado que conociendo una parte de la estructura por edades de la población y las probabilidades de muerte, es posible calcular r, y b, a través de una ecuación de

la recta de la siguiente forma:

$$\ln \frac{c(a)}{p(a)} = \ln b - r a$$

$$Y = \alpha - \beta a$$

Así considerando la población de mujeres mexicanas para 1980, dentro del grupo de edades 30 a 60 años, y una tabla de vida se realizó el ejercicio arriba indicado. Los cálculos correspondientes se presentan en los cuadros 1 y 2, concluyéndose que con estos datos se estimaba una ecuación de la recta igual a:

$$\ln \frac{c(a)}{p(a)} = -3.260624 - .03542 a$$

Cuadro 1
Cálculo de la tasa de crecimiento intrínseca de natalidad y de crecimiento natural para México 1980

Grupo de edad	nlx	Población femenina ¹	Participación de la población femenina respecto al total de población por gpos. de edades	nLx/lx
30-34	45.525	1.952, 5	5,78	4,5525
35-39	44.997	1.742, 3	5,15	4,4997
40-44	44.302	1.385, 3	4,10	4,4302
45-49	43.380	1.180, 9	3,50	4,338
50-54	42.103	951, 1	2,81	4,2103
55-59	40.304	733, 4	2,17	4,0304
60-64	37.831	573, 3	1,70	3,7831

¹ En miles

Fuente: Elaborado con base a CONAPO (1988) y Corona y Jiménez (1988)

Cuadro 2
Estimación de los nacimientos y crecimiento natural

Edad	Estimación c(a)	Estimación p(a)	c(a)/p(a)	Ln (c(a)/p(a))
30	0,05775	4,5525	0,01269	-4,3672
35	0,05154	4,4947	0,01147	-4,4684
40	0,04098	4,4302	0,00925	-4,6832
45	0,03493	4,3380	0,00805	-4,8218
50	0,02813	4,2103	0,00668	-5,0084
55	0,02169	4,0304	0,00538	-5,2246
60	0,01696	3,7831	0,00448	-5,4076

Fuente: Elaborado con base a la información del cuadro 1 y Keyfitz (1968).

Calculando el antilogaritmo de -3.260624 y el valor positivo de -.03542, es posible obtener b y r respectivamente. Los resultados indican que la tasa INTRINSECA de natalidad fue de 38.9 por mil mientras que la tasa de crecimiento natural de 35 por mil. Por diferencia (es decir d = b - r) la tasa de mortalidad fue de 3 por mil. Comparados estos resultados con los publicados por CONAPO (1988) se tiene lo siguiente:

Cuadro 3
Comparación de valores calculados y publicados

Cálculo	r	b	d
Estimados	35.4	38.3	2.9
CONAPO	32.1	34.4	7.5

Fuente: elaborado en base al cuadro 2.

Es de observar que la relación (1) es insuficiente para determinar por completo r, b y sobre todo d. Esto explica en buena medida la enorme diferencia entre la d estimada y la que se publicó. Para el caso de b se puede señalar que al considerar una tabla de vida proveniente de datos de 1980, se ha subestimado las muertes de períodos anteriores y como consecuencia esto exagera (sobrestima), de manera importante a la tasa de crecimiento natural, r, así como la tasa de natalidad estimada, b.

II) Impacto sobre el sistema de pensiones ante un cambio demográfico.

Considerando una población estable donde una proporción de la población es pensionada (se puede pensar en la población entre las edades 65 y más años) y otra proporción de la población hace contribuciones a las pensiones (pudiendo ser esta la población económicamente activa), en un punto particular del tiempo, el tamaño de la población de quienes contribuyen al sistema de pensiones, es decir P, se encuentran en el intervalo de edades entre e y n, con un salario que es igual a s. Por otra parte, la población pensionada se encuentra entre las edades u y w, recibiendo una pensión monetaria igual al valor r. Para encontrar un equilibrio económico, excluyendo del análisis los costos administrativos en los cuales se pueda incurrir, el total de contribuciones al sistema de retiro debe ser igual al total de recepciones que obtienen los pensionados. Si g es la fracción del salario de un contribuyente que esta obligado a participar en el sistema de retiro, este balance puede expresarse de la siguiente forma:

$$g s P C(e, u) = r P C(u, w)$$

donde:

$C(e,u)$ y $C(u,w)$ están definidos en términos de:

$$C(x,y) = \int_x^y c(a) da = \int_x^y e^{-ra} p(a) da$$

con objeto de reescribir esta expresión de equilibrio en términos de "g" se tiene:

$$g = \frac{r}{s} \frac{C(e,u)}{C(u,w)}$$

El aspecto de interés de esta aplicación de la teoría de las poblaciones estables a el sistema de retiro radica en mostrar como un cambio en r , es decir, en la tasa intrínseca de crecimiento, afecta el valor de g . Se señala que un incremento en r genera un decremento en g , mientras que un decremento en r genera un incremento en g . La aplicación empírica y el desarrollo detallado de la técnica a seguir rebasa los alcances de este trabajo.

Notas

- 1 Lotka (1939).
- 2 A este respecto vease Foerster (1959).
- 3 Keyfits (1968).
- 4 Ibid.
- 5 Ibid.
- 6 Para ubicar este desarrollo vease Keyfitz (1968).
- 7 Coale (1957).

- 8 Lopez (1961).
- 9 Coale (1963).
- 10 Vease a este respecto Levin y Goodyear (1980), y Levin (1981).
- 11 Vease Jacquard (1970).
- 12 Implagliazzo (1985).
- 13 Lotka op. cit.

Bibliografía

Coale, Ansley J. (1957). *HOW THE AGE DISTRIBUTION OF A HUMAN POPULATION IS DETERMINED*. Cold spring harbor symposium quantitative biology, vol. 22, pp. 83-89.

——— (1963). *ESTIMATES OF VARIOUS DEMOGRAPHIC MEASURES THROUGH THE QUASI-STABLE AGE DISTRIBUTION*. Emerging techniques in population research, pp. 175-193.

CONAPO (1988). *MEXICO DEMOGRAFICO. BREVIARIO 1988*, México, pags. 22, 36, 45 y 46.

Foerster, H. (1959). *THE KINETICS OF CELLULAR PROLIFERATION*, F. Stohlman, Jr., Ed. Grune and Stratton, New York.

Keyfitz, Nathan (1968). *INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS DE POBLACION*, traducción de la obra original Introduction to the Mathematics of Population, CELADE, 1979, capítulos 2-4 y 7.

Implagliazzo, John (1985). *DETERMINISTIC ASPECT OF MATHEMATICAL DEMOGRAPHY*, Ed. Springer-Verlag, capítulos 2-5 y 7.

Jacquard, A. (1970). *THE GENETICS STRUCTURE OF*

POPULATION". BIOMATHEMATICS, Vol. 5, Springer-Verlag. Levin S.A. y C.P. Goodyear (1980). "Analysis of an age-structured fishery model". JOURNAL MATHEMATICAL BIOLOGY, Vol 9, pp. 245-274.

Levin S.A. (1981). "Age structure and stability in multiple-age spawning populations". RENEWABLE RESOURCE MANAGEMENT, T.L. Vincent y J.M. Skrowronski, eds., vol. 39, pp. 21-45.

Lotka, Alfred (1939). *TEORIA ANALITICA DE LAS ASOCIACIONES BIOLOGICAS*, traducción a la obra original, Theorie analytique des associations biologiques vol. I y II, CELADE, 1969, pags. 57-62, 74-98, 123-131 y 153-168.

Lopez, Alvaro (1961). *PROBLEMS IN STABLE POPULATION THEORY*, PP. 42-63.

Leslie, P.H. (1945). "On the use of matrices in certain population mathematics". MATHEMATICAL DEMOGRAPHY, David Smith y Nathan Keyfitz (comps.), Springer-Verlag, 1977, pags. 227-238.

Spiegelman, Mortimer (1958). *INTRODUCCION A LA DEMOGRAFIA*, F.C.E., caps. 5 y 6.